

Bondor Cosmina, Tudor Drugan

Estimarea parametrilor statistici

- A** ALWAYS
- S** SEEK
- K** KNOWLEDGE

Objective

Talia eșantionului. Legea numerelor mari

Distribuția de eșantionare

Deviația standard sau eroarea standard

Intervale de încredere

Exerciții

Talia eşantionului

Legea numerelor mari

Cu cât un eșantion e mai mare

cu atât rezultatul studiului este mai aproape de cel din populație

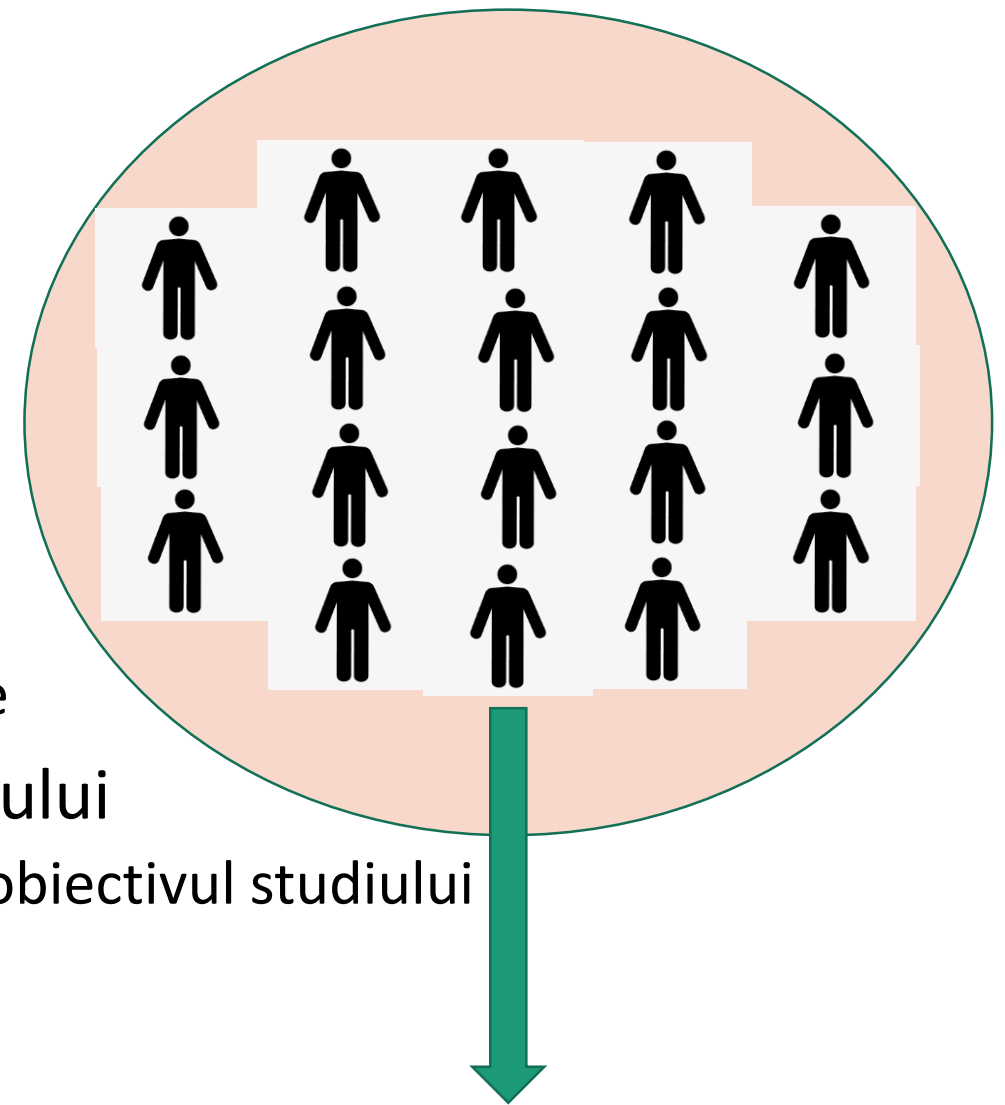
Ex. media de vârstă la persoanele cu diabet de tip 2 în populație = 65 ani

- selectăm subiecți cu diabet de tip 2
 - 10 – media 70 eroare 5 ani
 - 1000 – media 63 ani eroare 2 ani
 - 1.000.000 – media 66 ani eroare 1 an



Talia eșantionului

- numărul de indivizi
- eșantion
 - prea mic → erori de aproximare mari
 - prea mare → erori de măsurare, cost mare
- se calculează înainte de începerea studiului
 - cu formule statistice diferite în funcție de obiectivul studiului
- se mai numește și volum



Talia eșantionului = 18

Definiția unui estimator

- **Estimatorul** unui parametru - o funcție care furnizează o valoare:
estimarea punctuală a parametrului populației
- Ex: pe eșantion variabila X are valorile x_1, \dots, x_n ,
estimatorul punctual al mediei aritmetice μ a variabilei X pe populația
din care a fost extras eșantionul
$$\bar{X} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

media aritmetică a valorilor variabilei X pe eșantion

Estimarea parametrului populației cu ajutorul intervalului de încredere

- cu ajutorul unui interval
 - în care parametrul (variabilei X în populație) se găsește cu o probabilitate ridicată
- probabilitatea ca parametrul populației să se găsească în acest interval
 - = încrederea
 - = corectitudinea
 - = precizia
- interval de încredere pentru orice parametru al populației
 - proporție
 - medie
 - coeficient de corelație
 - riscul relativ
 - etc.



Estimare

Media \bar{X}
pe eșantion

Media μ a întregii populații

în condițiile în care cunoaștem deviația standard σ a întregii populații

Frecvența f
pe eșantion

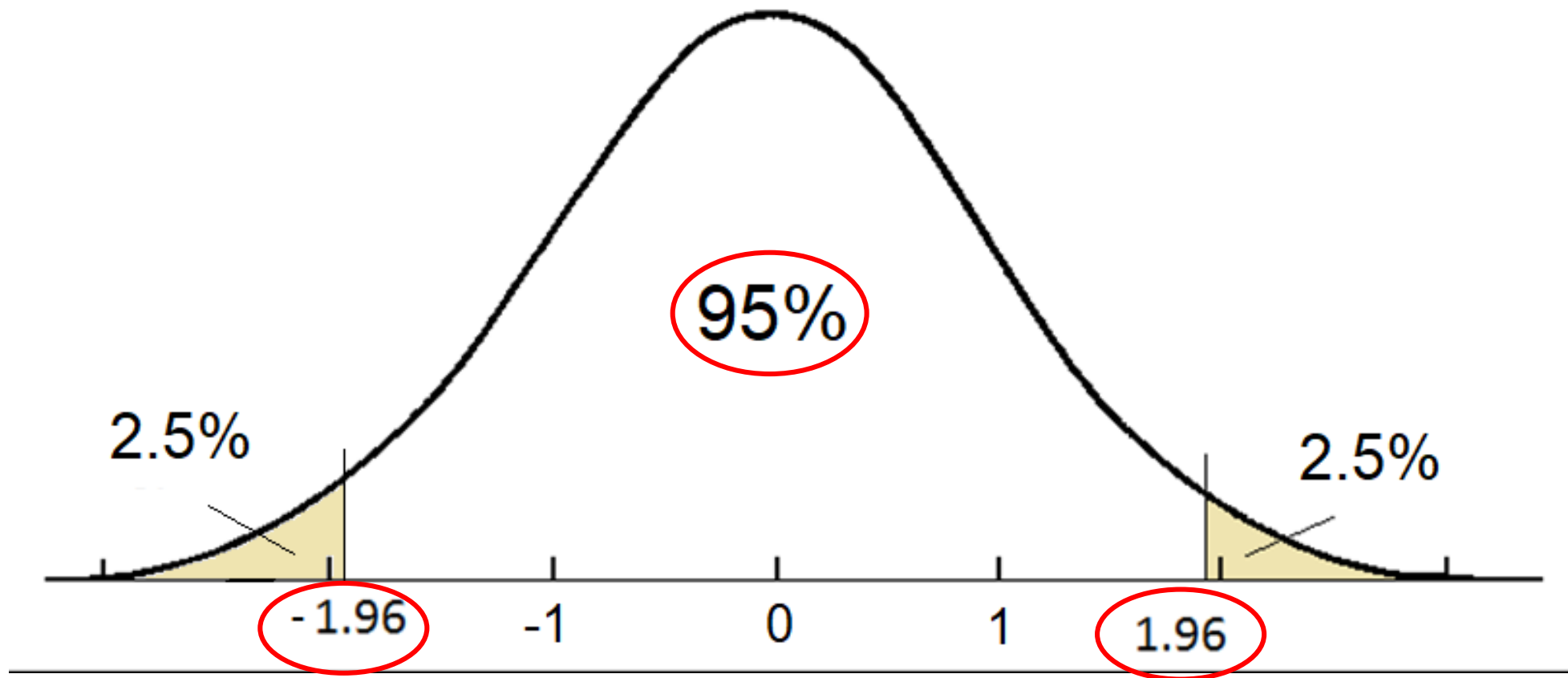
Frecvența π a întregii populații

mai sunt și alți parametri ce pot fi estimați

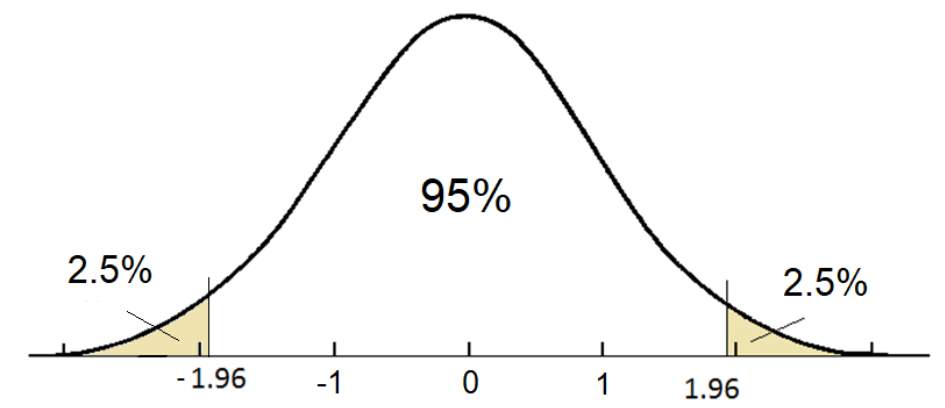


Proprietățile distribuției normale standard

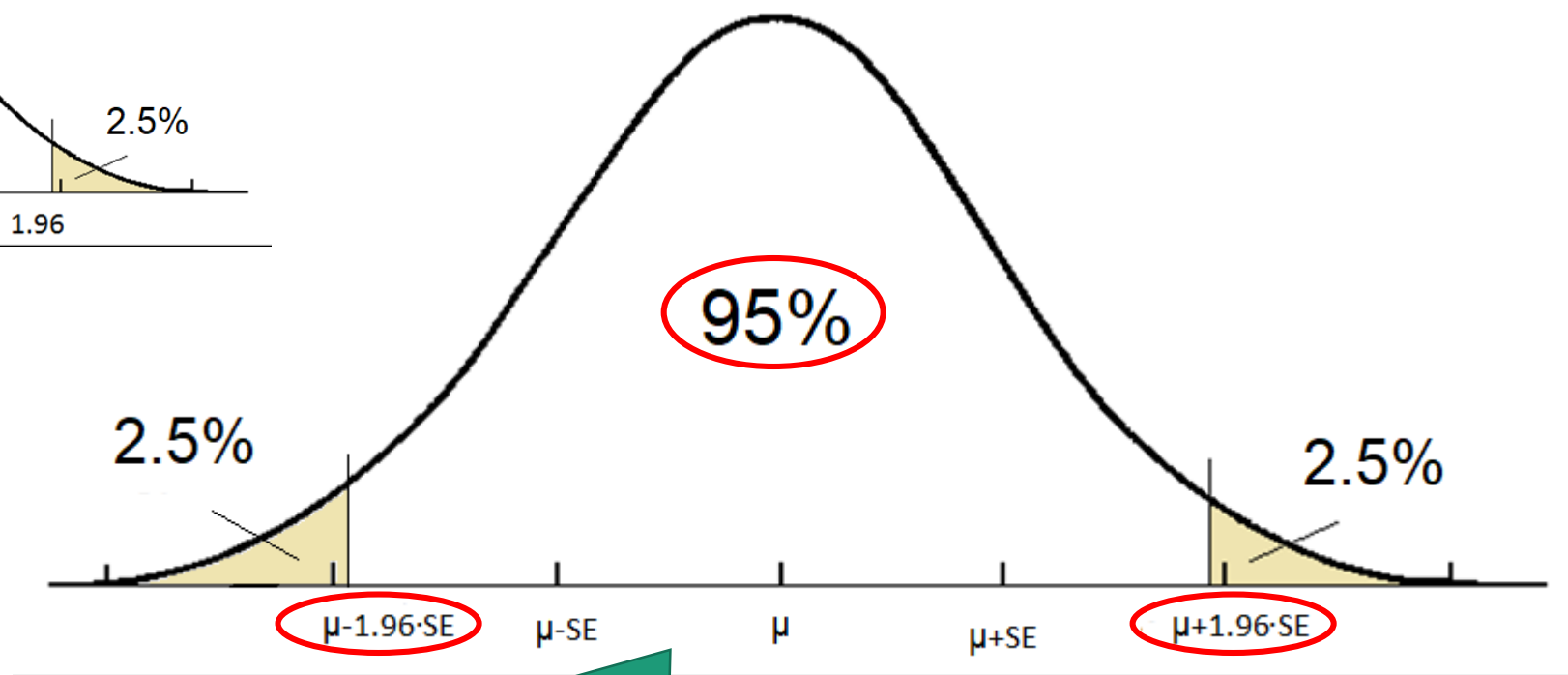
- Exact 95% din aria de sub curbă este între -1.96 și 1.96



distribuția normală standard



distribuția de eșantionare



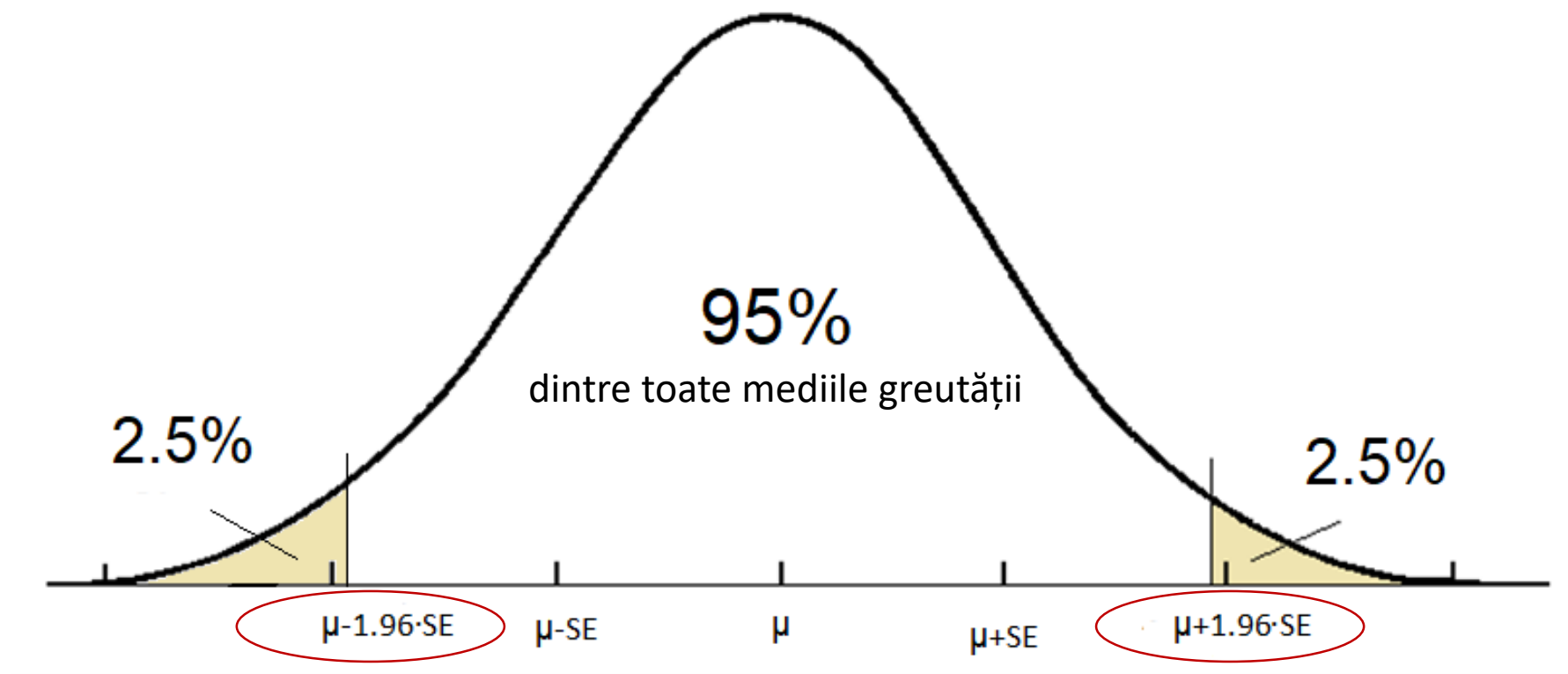
distribuția
mediilor dacă
repetăm studiul

media μ – media variabilei X în
populație, SE – eroarea standard a
variabilei X în populație

s pentru distribuția de
eșantionare = SE-
eroarea standard



Exact 95% dintre mediile greutății pe toate eșantioanele de 2 băieți vor fi între $\mu - 1.96SE$ și $\mu + 1.96SE$, unde μ este media greutății în populație și SE este eroarea standard



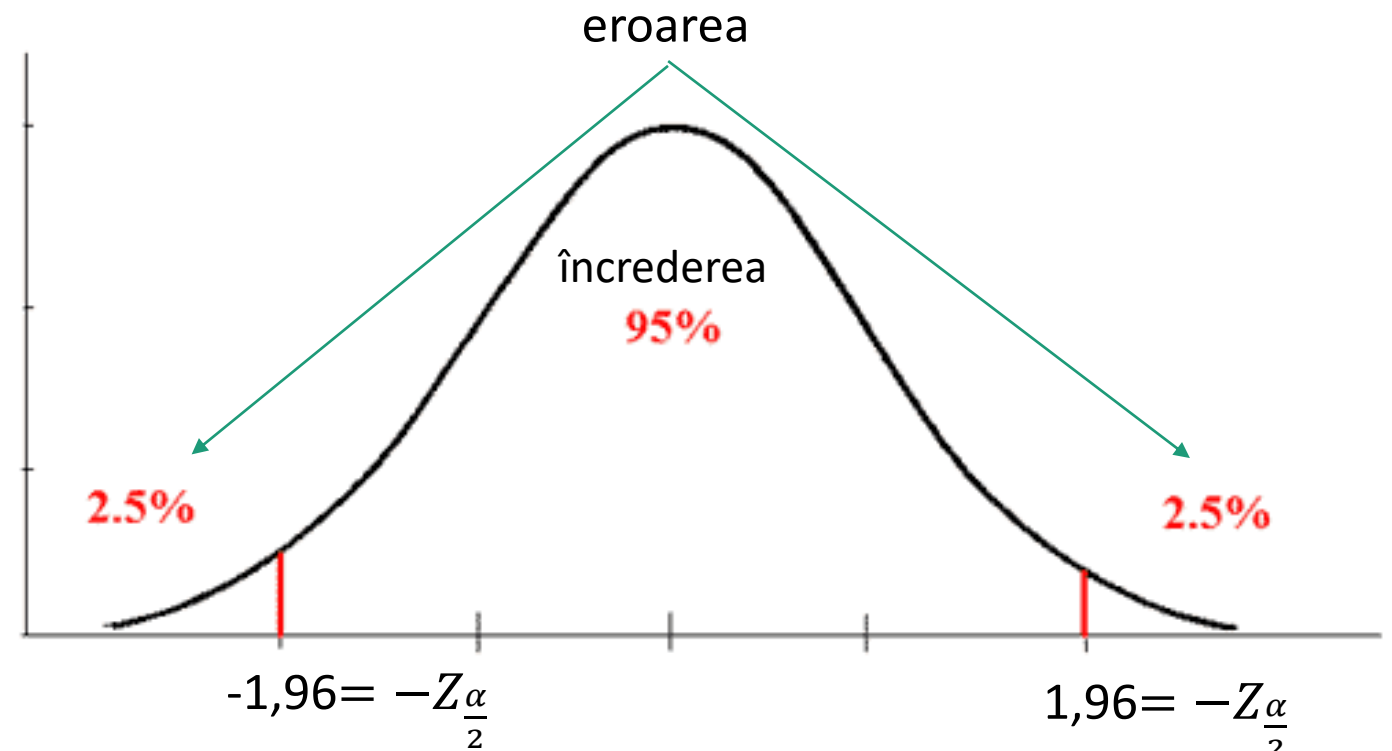
media μ – media
variabilei X în
populație, SE –
eroarea standard
a variabilei X în
populație



Intervalul de încredere de $1-\alpha$ pentru media μ în cazul σ cunoscută

$$\left[\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

media \bar{X} - media variabilei X pe eșantion, media μ – media variabilei X în populație, σ – deviația standard a variabilei X în populație, n – talia eșantionului, α – nivelul erorii, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ – valoare de pe axa Ox care îi corespunde în distribuția normală standardizată o arie egală cu nivelul de eroare



Intervalul de încredere de 95% pentru media μ în cazul eșantioanelor mari $n \geq 30$ și cu σ necunoscută

Dacă σ necunoscută o aproximăm cu s

$$\left[\bar{X} - 1,96 \frac{s}{\sqrt{n-1}}, \bar{X} + 1,96 \frac{s}{\sqrt{n-1}} \right]$$

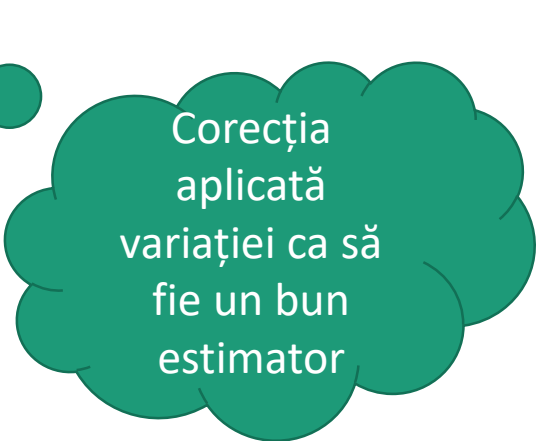
unde

\bar{X} – media aritmetică a variabilei X pe eșantion

s – deviația standard a lui X pe eșantion

n – numărul total de subiecți din eșantion

σ – deviația standard a variabilei X în populație



Corecția
aplicată
variației ca să
fie un bun
estimator

Exemplu

Dorim s-ă estimăm greutatea nou născuților. Pe un eșantion de $n = 50$ nou-născuți

- media greutății $\bar{X} = 3200\text{g}$
- abaterea standard $s = 300$
- Să se calculeze intervalul de încredere de 95% pentru media greutății în populație

$$[\bar{X} - 1,96 \frac{s}{\sqrt{n-1}}, \bar{X} + 1,96 \frac{s}{\sqrt{n-1}}]$$

$$[3200 - 1,96 \frac{300}{\sqrt{50-1}}; 3200 + 1,96 \frac{300}{\sqrt{50-1}}]$$

$$[3200 - 84; 3200 + 84]$$

$$[3116; 3284]$$

– intervalul de încredere de 95%

Răspuns: Suntem 95% siguri că media μ a greutății întregii populații de nou-născuți se situează între 3116g și 3284g

Intervalul de încredere pentru proporție π pentru eșantioane mari ($nf > 10$ și $n(1-f) > 10$)

- Formula:

$$\left[f - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

unde

f – frecvența relativă a caracteristicii X în eșantion (! $f < 1$)

n – nr. total de subiecți

π – proporția caracteristicii X în populație

α – nivelul erorii

Z – valoare de pe axa Ox căreia îi corespunde în distribuția normală standardizată o arie egală cu nivelul de eroare



Exemplu

Obiectiv: Vrem să estimăm frecvența **cancerului de esofag** la populația cu vârsta mai mare de 60 de ani.

- eșantion **n=10.000** de participanți observați timp de 10 ani
- 300 au făcut cancer de esofag
- Să se calculeze intervalul de încredere de 95% pentru frecvența cancerului de esofag la populația cu vârsta mai mare de 60 de ani

$$f = \frac{300}{10000} = 0,03$$

$$\left[f - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

$$\left[0,03 - 1,96 \sqrt{\frac{0,03(1-0,03)}{10000}}; 0,03 + 1,96 \sqrt{\frac{0,03(1-0,03)}{10000}} \right]$$

$$[0,03 - 0,003; 0,03 + 0,003]$$

$[0,027; 0,033]$ – intervalul de încredere de 95%

Răspuns: frecvența cancerului la populația peste 60 de ani este între 2,7% și 3,3% cu o probabilitate de 95%

Muțumesc!